

MATEMATYKA DYSKRETNA
ZESTAW 2
LICZBY PIERWSZE

1. Udowodnić, że jeśli n jest liczbą naturalną i liczba $2^n - 1$ jest pierwsza, to liczba n jest pierwsza.
2. Udowodnić, że jeśli n jest dodatnią liczbą naturalną i liczba $2^n + 1$ jest pierwsza, to liczba n jest potęgą dwójki.
3. Wyznaczyć wszystkie liczby pierwsze nie większe od 100.
4. Dla dodatniej liczby naturalnej n znaleźć wzór na największą potęgę liczby pierwszej p dzielącą $n!$.
5. Rozłożyć na czynniki pierwsze liczbę 100!.
6. Ilość zerami zakończonych jest rozwinięcie dziesiętne liczby 1000!?
7. Ilość zerami zakończonych jest przedstawienie w systemie szesnastkowym liczby 200!?
8. Ilość zerami zakończonych jest przedstawienie liczby 500! w systemie o podstawie 20?
9. Niech p będzie liczbą pierwszą. Udowodnić, że jeśli $k \in [1, p - 1]$, to liczba $\binom{p}{k}$ jest podzielna przez liczbę p .
10. Udowodnić, że jeśli n jest liczbą złożoną, to n ma dzielnik pierwszy nie przekraczający \sqrt{n} .
11. Udowodnić, że jeśli najmniejsza liczba pierwsza p dzieląca liczbę całkowitą dodatnią n przekracza $\sqrt[3]{n}$, to $\frac{n}{p} = 1$ lub liczba $\frac{n}{p}$ jest pierwsza.