

MATEMATYKA DYSKRETNA
ZESTAW 4
FUNKCJA EULERA

1. Wyliczyć $\varphi(1000)$, $\varphi(125)$, $\varphi(180)$, $\varphi(360)$, $\varphi(1001)$.
2. Znaleźć wszystkie liczby całkowite dodatnie n , dla których $\varphi(n) = m$.
 - (1) $m = 14$.
 - (2) $m = 8$.
 - (3) $m = 12$.
3. Udowodnić, że $\varphi(m^k) = m^{k-1}\varphi(m)$ dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich m i k .
4. Udowodnić, że $\varphi(n)$ jest liczbą parzystą dla wszystkich liczb całkowitych $n > 2$.
5. Udowodnić, że jeśli $d = (m, n)$ dla liczb całkowitych dodatnich m i n , to
$$\varphi(mn) = \frac{d \cdot \varphi(m) \cdot \varphi(n)}{\varphi(d)}.$$
6. Udowodnić, że jeśli d i n są liczbami całkowitymi dodatnimi oraz $d \mid n$, to $\varphi(d) \mid \varphi(n)$.
7. Udowodnić, że $a^{12} \equiv 1 \pmod{7}$ dla każdej liczby całkowitej a spełniającej warunek $(a, 7) = 1$.
8. Udowodnić, że $a^{12} \equiv 1 \pmod{65}$ dla każdej liczby całkowitej a spełniającej warunek $(a, 65) = 1$.
9. Znaleźć dwie ostatnie cyfry liczby 3^{1000} .
10. Znaleźć dwie ostatnie cyfry liczby 2^{1000} .