

MATEMATYKA DYSKRETNA  
ZESTAW 6  
METODA BIJEKTYWNA

---

Konstruując odpowiednie bijekcje udowodnić następujące równości.

$$(1) \quad k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1},$$

$$(2) \quad \sum_{k=1}^n k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot 2^{n-1},$$

$$(3) \quad \sum_{k=1}^n k^2 \cdot \binom{n}{k} = n \cdot (n-1) \cdot 2^{n-2} + n \cdot 2^{n-1},$$

$$(4) \quad \sum_{k=1}^n k^2 \cdot \binom{n}{k} \cdot \binom{n}{n-k} = n^2 \cdot \binom{2 \cdot n - 2}{n-1},$$

$$(5) \quad \sum_{l=0}^k \binom{n}{l} \cdot \binom{n-l}{k-l} = \binom{n}{k} \cdot 2^k,$$

$$(6) \quad \sum_{k \geq 0} \binom{n}{2 \cdot k} = \sum_{k \geq 0} \binom{n}{2k+1},$$

$$(7) \quad \sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1},$$

$$(8) \quad \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot (m-1)^{n-k} = m^n,$$

$$(9) \quad \sum_{k=1}^n k^3 = \binom{n+1}{2}^2.$$