Matematyka dyskretna I
Zestaw 8

1. Niech $m(n,k)$ oznacza maksymalną możliwą ilość słów w kodzie $C \subset \mathbb{F}_2^n$, którego minimalna odległość jest nie mniejsza niż k. Udowodnić następujące własności symbolu $m(n,k)$.

(a) $m(n+d,d) \geq 2m(n,d)$.

(b) $m(2n,d) \geq (m(n,d))^2$.

(c) $(\sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i})m(n,2k+1) \leq 2^n$.

2. Udowodnić, że kod ISBN jest rozpoznaje tzw. „czeski błąd”, polegający na przestawieniu dwóch kolejnych znaków.

3. Wyznaczyć minimalną odległość kodu $C \subset \mathbb{F}_2^8$, którego macierz kontroli parzystości H ma postać

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zakładając, że przy przesyłaniu ośmiu bitów występuje co najwyżej jeden błąd, określić jaki ciąg był przesyłany, jeśli otrzymano ciąg v.

(a) $v = (1,0,0,0,1,0,1,0)$.

(b) $v = (0,1,0,1,1,1,0,0)$.

(c) $v = (0,0,0,1,1,1,0,1)$.

4. Wyznaczyć minimalną odległość kodu $C \subset \mathbb{F}_2^7$, którego macierz kontroli parzystości H ma postać

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Wyznaczyć minimalna odległość kodu $C \subset \mathbb{F}_3^8$, którego macierz kontroli parzystości H ma postać

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Znaleźć bazę liniową kodu C nad $\mathbb{F}_3$.