

Matematyka dyskretna II
Zestaw 2 – Metoda bijektywna

Konstruując odpowiednie bijekcje udowodnić następujące równości.

- (1) $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1},$
- (2) $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1},$
- (3) $\sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k} = n(n-1)2^{n-2} + n2^{n-1},$
- (4) $\sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} = n^2 \binom{2n-2}{n-1},$
- (5) $\sum_{l=0}^k \binom{n}{l} \binom{n-l}{k-l} = \binom{n}{k} 2^k,$
- (6) $\sum_{k=0}^r \binom{m}{k} \binom{n}{r-k} = \binom{m+n}{r},$
- (7) $\sum_{k \geq 0} \binom{n}{2k} = \sum_{k \geq 0} \binom{n}{2k+1},$
- (8) $\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1},$
- (9) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (m-1)^{n-k} = m^n,$
- (10) $\sum_{k=1}^n k^3 = \binom{n+1}{2}^2.$