

Lokalnie dziedziczne algebry oswojone

na podstawie referatu Zbigniewa Leszczyńskiego

22 maja 2003

Moduł nazywamy lokalnym, jeśli posiada dokładnie jeden maksymalny podmoduł, lub, równoważnie, jest ilorzazem nierozkładalnego modułu projektywnego. Ideał pierścienia nazywamy lokalnym, gdy jest lokalnym modułem. Pierścień R nazywamy lokalnie dziedzicznym (w skrócie l-dziedzicznym), o ile każdy lewy ideał lokalny pierścienia R jest projektywny. Oczywiście każda algebra dziedziczna jest l-dziedziczna.

Pierścień nazywamy doskonałym, gdy każdy moduł posiada nakrycie projektywne. Bautista udowodnił, że jeśli pierścień R oraz R^{op} są doskonałe, to pierścień R jest l-dziedziczny, wtedy i tylko wtedy, gdy R^{op} jest l-dziedziczny, wtedy i tylko wtedy, gdy każdy lokalny podmoduł modułu projektywnego jest projektywny oraz wtedy i tylko wtedy, gdy dowolne niezerowe odwzorowanie pomiędzy nierozkładalnymi modułami projektywnymi jest monomorfizmem. Natychmiastową konsekwencją powyższego twierdzenia jest fakt, że algebry incydencji posetów są l-dziedziczne.

Algebry l-dziedziczne posiadają uniwersalne nakrycie Galois z wolną grupą skończenie generowaną. Główne twierdzenie referatu orzeka, że algebra l-dziedziczna A jest oswojona wtedy i tylko wtedy, gdy forma Titsa dowolnej skończonej wypukłej podkategorii uniwersalnego nakrycia Galois algebry A jest słabo nieujemna, i wtedy i tylko wtedy, gdy uniwersalne nakrycie Galois algebry A nie zawiera jako wypukłej podkategorii minimalnej dzikiej algebry utajonej. Przypomnijmy, iż mówimy, że dzika algebra dziedziczna A jest minimalna, jeśli algebra A/AeA jest oswojona dla dowolnego niezerowego idempotentu e algebry A .