

TRYWIALNE ROZSZERZENIA MINIMALNYCH ALGEBR DWUPODSTAWOWYCH

NA PODSTAWIE REFERATU ALICJI JAWORSKIEJ

ZAŁOŻENIE.

Przez cały referat zakładamy, że K jest ustalonym ciałem algebraicznie domkniętym, zaś A skończenie spójną i bazową wymiarową łączną K -algebrą z jedyneką.

DEFINICJA.

Składową \mathcal{C} kołczanu Γ_A nazywamy początkową, jeśli dla dowolnych modułów $X \in \mathcal{C}$ oraz $Y \notin \mathcal{C}$, $\text{Hom}_A(Y, X) = 0$. Analogicznie definiujemy składową końcową.

DEFINICJA.

Składową \mathcal{C} kołczanu Γ_A nazywamy uogólnioną standardową o ile $\text{rad}_A^\infty(X, Y) = 0$ dla dowolnych modułów $X, Y \in \mathcal{C}$.

TWIERDZENIE.

Jeśli A jest minimalną algebrą dwupodstawową taką, że kołczan Γ_A zawiera składową początkową lub końcową, która nie jest uogólnioną standardową. Wówczas kołczan $\Gamma_{T(A)}$ zawiera składową, która nie jest uogólnioną standardową.

Istnienie powyższych algebr wynika z pracy:

Sufranek, Pogorzały w Coll. Math.

DEFINICJA.

Algebrę A nazywamy specjalną biseryjną, o ile $A \simeq KQ/I$, gdzie kołczan (Q, I) spełnia warunki (R1)–(R4):

- (1) każdy wierzchołek jest początkiem (końcem) co najwyżej dwóch strzałek,
- (2) dla dowolnej strzałki α istnieje co najwyżej jedna strzałka β taka, że $\beta\alpha \notin I$ ($\alpha\beta \notin I$).

DEFINICJA.

Algebrę A nazywamy delikatną, o ile spełnia dodatkowa warunki

- (1) dla każdej strzałki α istnieje co najwyżej jedna strzałka β taka, że $\alpha\beta \in I$ ($\beta\alpha \in I$)
- (2) ideał I jest generowany przez drogi długości 2.

UWAGA.

Jeśli algebra A jest delikatna, to algebra $T(A)$ jest specjalna biseryjna.

UWAGA.

Dla algebr delikatnych istnieje kombinatoryczny opis nierozkładalnych modułów oraz ciągów Auslandera–Reiten.

DEFINICJA.

Trójkątną algebrę sznurkową nazywamy $\tilde{\mathbb{A}}$ -separowalną, jeśli dla dowolnych dwóch różnych pełnych podkończanów Q' i Q'' kończanu Q_A typu $\tilde{\mathbb{A}}$ takich, że $kQ' \cap I_A = 0 = kQ'' \cap I_A$ mamy $Q'_0 \cap Q''_0 = \emptyset$.

DEFINICJA.

Minimalna algebra dwupodstawowa, to algebra delikatna powstająca przez połączenie dwóch algebr typu $\tilde{\mathbb{A}}$ (bez relacji) kończanem typu przez \mathbb{A} (bez relacji).